

تمرینات احتمال ۱
سری سوم

۱- تابع احتمال دوام X, Y بصورت زیر است:

$$P(X=x, Y=y) = \begin{cases} \frac{xy}{c} & ; (x,y) \in \{(1,1), (2,1), (2,2), (2,3)\} \\ 0 & ; \text{سایر نقاط} \end{cases}$$

- الف- مقدار ثابت c را بدست آورید.
ب- تابع احتمال حاشیه ای X, Y را بدست آورید.
ج- $P(X, Y)$ را در یک همبستگی (X, Y) را بدست آورید.

۲- فرض کنید تابع چگالی احتمال دو متغیر تصادفی مستقل X, Y بصورت زیر باشد:

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{3}{4}(x^2 + y^2) & ; 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0 & ; \text{سایر نقاط} \end{cases}$$

تابع چگالی احتمال شرطی X به شرط $Y=y$ را بدست آورید. $f_{X|Y}(x|y) = ?$

۳- فرض کنید تابع چگالی احتمال دوام X, Y بصورت زیر است:

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} n(n-1)(y-x)^{n-2} & ; 0 \leq x \leq y \leq 1 \\ 0 & ; \text{سایر نقاط} \end{cases}$$

- میانگین شرطی X به شرط $X=x$ را بدست آورید.

۴- فرض کنید تابع چگالی احتمال شرطی X به شرط $Y=y$ بصورت زیر است:

$$f_{X|Y}(x|y) = \frac{3(x^2 + y^2)}{3y^2 + 1} ; 0 < x < 1, 0 < y < 1$$

مقدار احتمال $P(\frac{1}{4} < X < \frac{1}{2} | Y = \frac{3}{4})$ را محاسبه کنید.

۵- فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی مستقل باشند. ثابت کنید برای همه مقادیر y $E(X|Y=y) = E(X)$ است.

۶- شش سالگی را دوباره بریب می‌کنیم، مجموع خال‌ها در دو برتاب را با متغیر تصادفی X و برتاب Y را با متغیر تصادفی Y نشان می‌دهیم. الف) تابع احتمال کدام X د Y را به دست آورید. ب) تابع احتمال شرطی X م شرط $Y=4$ را به دست آورید.

۷- فرض کنید X یک متغیر تصادفی پیوسته با تابع چگالی احتمال زیر است:

$$f_X(x) = \begin{cases} 4x(1-x) & ; 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{سایر نقاط} \end{cases}$$

الف- $M_X(t)$ را به دست آورید.

ب- با استفاده از $M_X(t)$ مقدار $E(X)$ را بیابید.

۸- اداره پست هر روز بطور متوسط ۱۰۰۰ نامه توزیع می‌کند. الف) اگر نامه‌های کارگزاران

الف- یک کارکن بالا برای اولین بار از پست فردا حد اول - ۱۵۰۰ نامه توزیع کند، بیابید.

ب- یک کارکن پایین برای اولین بار از پست فردا حد اول - ۱۵۰۰ نامه توزیع کند، بیابید.

۹- زبان انگلیسی در این کتاب از لحاظ سفارش تا لحظه دریافت آن متغیری تصادفی با میانگین

دو هفته روز و انحراف معیار $\frac{1}{2}$ روز است. اگر به نهم حد اول ۹۵٪ مطمئن باشیم که کتاب را

در روز سوم دریافت کنیم، چند روز زودتر باید کتاب را سفارش دهیم. (عاری جیبی)

۱۰- میانگین و انحراف معیار طول عمر لامپ‌های برق سخت کارخانه معنی به ترتیب

۱۰۰ ساعت و ۵۰ ساعت است. در مورد احتمال اینکه طول عمر لامپی که به انحراف $\frac{1}{2}$ روز

زودتر حد اول - ۷۰ ساعت باشد، چه می‌توان گفت؟ (عاری جیبی)

موفق باشید