

تعمیرات احتمالی
بخش اول

- ۱- مفاهیم زیر را تعریف کنید.
 - الف- سهوی نامعین تصادفی
 - ب- فضای نمونه آنتی نامعین تصادفی
 - ج- متغیر تصادفی
 - د- تابع توزیع متغیر تصادفی
 - هـ- متغیر تصادفی ثابت
 - و- متغیرهای تصادفی هم توزیع

۲- خواص تابع احتمال و تابع توزیع متغیر تصادفی X را بیان کنید.

۳- اگر متغیر تصادفی X دارای تابع توزیع $F_X(x)$ باشد ثابت کنید

$$P(a < X \leq b) = F_X(b) - F_X(a)$$

۴- متغیر تصادفی X دارای تابع احتمال زیر است.

$X=x$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$P(X=x)$	a	$2a$	$3a$	$4a$	$5a$	$6a$	$7a$	$8a$	$9a$

- الف- مقدار ثابت a را بیابید.
- ب- مقادیر $P(X < 2)$ ، $P(X \geq 4)$ ، $P(3 < X < 5)$ را بیابید.
- ج- کمترین مقدار a را طوری تعیین کنید که $P(X \leq 3) > 0.5$ باشد.

د- تابع توزیع X را بیابید اگر چه.

۵- متغیر تصادفی X دارای تابع احتمال به صورت زیر است:

$$P(X=x) = \begin{cases} \frac{k}{x(x+1)} & ; x=1, 2, 3, \dots, n \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$$

- الف) مقدار ثابت k را بیابید اگر چه.
- ب) تابع توزیع X را بیابید اگر چه.

۶- تابع توزیع متغیر تصادفی X بصورت زیر تعریف شده است

$$F_X(x) = \begin{cases} A & ; -\infty < x < -1 \\ B & ; -1 \leq x < 0 \\ C & ; 0 \leq x < 2 \\ D & ; 2 \leq x < +\infty \end{cases}$$

لطوریکه A, B, C, D مقادیر ثابتی باشند

اگر $P(X=0) = 1/4$ و $P(X > 1) = 2/3$ مقادیر A, B, C, D را بدست آورید

۷- از صحنه ای شامل ۱۲ کالا که ۴ تای آن معیوب است ۵ کالا به تصادف انتخاب می کنند. فرض کنید متغیر تصادفی X نشان دهنده کالاهای معیوب در این نمونه ۵ تایی باشد

الف- تابع احتمال X را بدست آورید

ب- مقدار $P(1 < X < 3)$ را بدست آورید

۸- از یک ایستگاه ۱۰ قطار در هفته می گذرد که در ساعات ۹:۰۰، ۱۰:۰۰، ۱۱:۰۰، ۱۲:۰۰ دو قطار به تصادف در جدولی با یکدیگر خارج می کنند. تابع احتمال مجموع شماره های دو قطار خارج شده را بدست آورید

۹- یک دستگاه الکترونیکی وقتی هر دو قطار آن فریب بخورد از کار می افتد. اگر X زمان کار در هر ساعت

این دستگاه تا لحظه فریب فریب باشد با فرض اینکه

$$P(X > t) = \left(1 + \frac{t}{200}\right) e^{-\frac{t}{200}} \quad t \geq 0$$

مطلوبات احتمال اینکه این دستگاه بین ۱۰۰ تا ۳۰۰ ساعت کار کند

۱۰- میزان بارندگی سالانه در ناحیه معینی هر چند سانهی کمتر، متغیری است تصادفی با تابع توزیع نرم:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & ; x < 5 \\ 1 - \frac{5}{x^2} & ; x \geq 5 \end{cases}$$

مطلوبات احتمال اینکه سال آینده میزان بارندگی

الف) حدی ۴ سانهی کمتر باشد؟

ب) حدی ۹ سانهی کمتر باشد؟

ج) حدی ۲ و حدی ۷ سانهی کمتر باشد؟